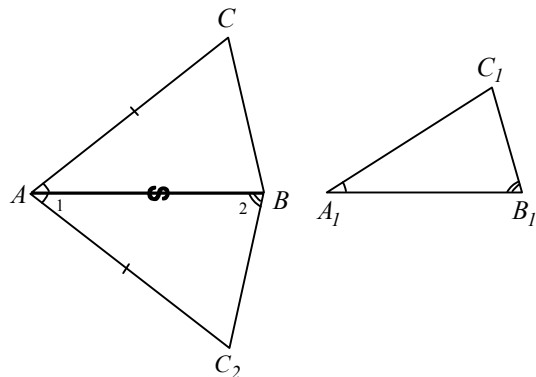


Второй признак подобия треугольников

Теорема. Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключённые между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны.

Дано: $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$.

Доказать: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$.

**Доказательство**

Чтобы доказать, что треугольники подобны, достаточно доказать, что $\angle B = \angle B_1$, тогда согласно I признаку подобия $\triangle ABC$ будет подобен $\triangle A_1B_1C_1$ по двум углам: $\angle A = \angle A_1$ по условию теоремы, а $\angle B = \angle B_1$ по доказанному.

Рассмотрим $\triangle ABC_2$, у которого $\angle 1 = \angle A_1$, $\angle 2 = \angle B_1$, тогда $\triangle ABC_2 \sim \triangle A_1B_1C_1$ по I признаку подобия треугольников (по двум углам).

В подобных треугольниках соответствующие стороны пропорциональны, поэтому $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC_2}{A_1C_1}$, а по условию теоремы

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}, \text{ тогда } AC = AC_2.$$

Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle ABC_2$:

- а) AB – общая сторона;
- б) $AC = AC_2$ по доказанному выше;
- в) $\angle A = \angle 1$, так как $\angle A = \angle A_1$, $\angle A_1 = \angle 1$.

Следовательно, $\triangle ABC = \triangle ABC_2$ по I признаку равенства треугольников (по двум сторонам и углу между ними).

В равных треугольниках соответствующие элементы равны, поэтому $\angle B = \angle 2$, а так как $\angle 2 = \angle B_1$, то $\angle B = \angle B_1$.

Получили, что в $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ $\angle A = \angle A_1$ и $\angle B = \angle B_1$, поэтому по I признаку подобия треугольников $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$.

Итак, если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключённые между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны.

Ч.т.д.